

Primljen / Received: 22.8.2012.
 Ispravljen / Corrected: 24.11.2012.
 Prihvaćen / Accepted: 29.11.2012.

Dostupno online / Available online: 15.12.2012.

Utjecaj kontaktnih naprezanja na tradicijski kameni stup

Autori:



dr.sc. **Josip Atalić**, dipl.ing.građ.
 Sveučilište u Zagrebu
 Građevinski fakultet
atalic@grad.hr



Mario Uroš dipl.ing.građ.
 Sveučilište u Zagrebu
 Građevinski fakultet
uros@igrad.hr



Marta Šavor, dipl.ing.građ.
 Sveučilište u Zagrebu
 Građevinski fakultet
msavor@grad.hr

Izvorni znanstveni rad

Josip Atalić, Mario Uroš, Marta Šavor

Utjecaj kontaktnih naprezanja na tradicijski kameni stup

Tradicijski kameni stupovi, izvedeni spajanjem baze, tijela i kapitela trnom u osi stupa, često su prožeti karakterističnim pukotinama u blizini spojeva koje kontinuirano propagiraju. Brojnim sanacijama tijekom povijesti ne uspijeva se zaustaviti raspucavanje, što upućuje na neku suštinsku manjkavost. Radi utvrđivanja uzroka problema pokrenuto je sustavno istraživanje koje se temelji na nizu numeričkih modela različitih složenosti i laboratorijskom ispitivanju na gotovo realnim dimenzijama uzoraka. U ovom radu je prikazan dio rezultata koji opisuje karakteristično ponašanje stupova.

Ključne riječi:

ekscentrično opterećeni spoj, koncentracija naprezanja, laboratorijska ispitivanja, numeričke analize spojeva

Original scientific paper

Josip Atalić, Mario Uroš, Marta Šavor

Influence of contact stresses on bearing capacity of traditional stone columns

Traditional stone columns, built by linking the base, body of column and capital with a dowel in the column axis, are often characterized by typical cracks in connection zones that are continuously propagating. Despite numerous retrofit, this cracking can not be stopped, which points to an intrinsic defect. A systematic study involving a number of numerical models of variable complexity, and laboratory testing of quasi-real size samples, was initiated in order to determine the cause of the problem. Some results describing typical behaviour of columns are presented in the paper.

Key words:

eccentrically loaded connection, stress concentration, laboratory tests, numerical analysis

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Josip Atalić, Mario Uroš, Marta Šavor

Einfluss von Kontaktspannungen auf die Tragfähigkeit von traditionellen Steinsäulen

Traditionelle Steinsäulen, ausgeführt durch die Verbindung der Base, des Körpers und des Kapitels mit einem Dorn in der Säulenchse, sind oft von ausgeprägten Rissen gekennzeichnet, die in der Nähe der Verbindungen entstehen und sich dauerhaft ausbreiten. Da mittels zahlreicher Sanierungen in der Vergangenheit die Rissbildung nicht verhindert werden konnte, ist auf einen wesentlichen Mangel zu schließen. Um die Ursache des Problems zu ermitteln, ist ein gezieltes Forschungsvorhaben eingeleitet worden, dass auf numerischen Modellen verschiedener Komplexität und Experimenten an Versuchsstücken in nahezu voller Größe beruht. In dieser Arbeit ist ein Teil der ermittelten Ergebnisse dargestellt, die das typische Verhalten der untersuchten Säulen beschreiben.

Schlüsselwörter:

exzentrisch belastete Verbindung, Spannungskonzentration, laboratory Versuche, numerische Analyse

1. Uvod

Kontinuirani problemi sa stupovima u atriju Kneževa dvora u Dubrovniku, gdje nakon brojnih sanacija tijekom povijesti nije otkriven osnovni uzrok problema niti je zaustavljeno raspucavanje, motiv su opsežnom istraživanju, dijelom prikazanom u ovom radu. Poteškoće sa stupovima sežu daleko u povijest što se može uočiti iz dijelova starih izvještaja i bilješki [1]: "tijekom ljetnog festivala 1968. dio kapitela se odlomio" ili "ovo je dio kapitela sa stupa kraj sata koji je zamijenjen 1952." ili "stupovi iznad podnožja su u prošlosti uspješno krpani" i, možda najznačajniji, "oštećivanja pojedinih dijelova dvojnih stupova kao da su neka trajna pojava". Pregledom se i danas može uočiti mnoštvo ostataka prethodnih sanacija poput različitih vrsta kamena, drugačijih stilova i oblika kapitela, obruča oko stupova (slika 1.a), raspucanih dijelova pridržanih žicom (slika 1.b), raznih umetaka i praznina zapunjenih mortom, olovom ili drvom (slika 1.c) itd. Istraživanjem se utvrdilo da slični problemi postoje u ostalim dijelovima Hrvatske (Veliki Tabor [2], Zadar, Split, Orebić (slika 1.d) itd.), ali i diljem svijeta na poznatim katedralama (Mexico City [3], Barcelona, Pavia, Beauvais, Mallorca i mnoge druge).

Tijekom povijesti stupovi su često bili predmet sanacija i obično su isticani kao najslabiji element statičkog sustava povijesnih građevina jer su svojom (ponekad i pretjeranom) vitkošću predstavljali okosnicu arhitektonskog izričaja. Nažalost, tijekom tih sanacija uzroci pojave pukotina u blizini spojeva obično su ostali prikriveni nizom drugih problema koje ima svaka povijesna građevina. Štoviše, mnoge znamenite građevine su dodatno oštećene neprikladnom sanacijom jer nije uočena bit problema.

Vrijeme je pokazalo da takve građevine zahtijevaju multidisciplinarni pristup iz potpuno različitih grana znanosti [4] jer je teško očekivati od pojedine struke da primjereno riješi mnoštvo specifičnih problema koji se ovdje javljaju. Primjerice, istraživanje manjih pukotina na zidovima i svodovima uglavnom je bespredmetno jer se u njima pretpostavlja raspucavanje.

Međutim, pukotine na stupovima s vremenom mogu postati kritične jer se za razliku od ostalih dijelova građevine spojevi nemaju gdje rasteretiti. Prema tome, analiza bilo kojeg detalja unutar povijesne građevine nužno zahtijeva poznavanje biti statičkog sustava, pa u skladu s time i uloga građevinar mora biti važnija od nečijeg pukog zaključka o velikoj uzdužnoj sili kao uzroku pojave pukotina u stupovima [5].

Da bismo definirali stvarno ponašanje tradicijskih spojeva, a time i uzroke otvaranja pukotina, napravljena je detaljna numerička i eksperimentalna analiza koja je dijelom opisana u ovom radu. Takvi podaci su ključni da bismo konačno ispravno pristupili sanaciji i osigurali neko trajnije rješenje koje bi na duže vrijeme odgodilo raspucavanje stupova. Prema tome, cjelokupno je istraživanje usmjereno prema prihvatljivom vidu sanacije.

2. Problematika tradicijskih kamenih stupova

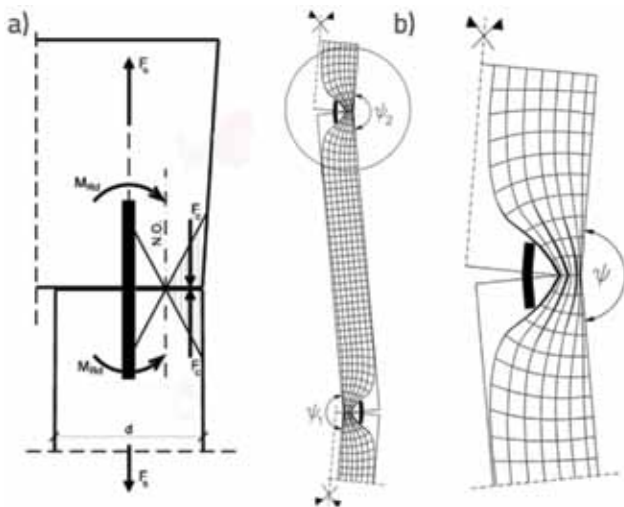
U tradicijskoj gradnji našega podneblja često susrećemo stupove sastavljene od tijela, baze i kapitela, posebno u slučaju potrebe za velikom vitkošću kada visina stupa u odnosu na širinu baze prelazi odnos 15 [6]. Elementi stupa su izrađeni od jednog komada kamena i najčešće su međusobno povezani željeznim trnom položenim u otvore nešto većeg promjera (naknadno ispunjene olovom). Otvori se obično nalaze u središtu stupa, a povremeno se pojavljuje inačica spoja s dva ili tri pravilno raspoređena trna. Detaljnom analizom spojnih ploha uočeno je da su brižljivo poravnane i sljubljene, što je u skladu s principima gradnje povijesnih građevina, odnosno da opisani spoj bez teškoća preuzima centrično tlačno opterećenje. Međutim, spoj nije predviđen za preuzimanje značajnijeg ekscentričnog opterećenja što možemo uočiti iz svojstava detalja poput centrično položenog trna u osi stupa i lošeg sidrenja u kamen (slika 2.a) [7].

Nažalost, imperfekcije zbog izvedbe, nejednoliko slijeganje temelja, potresi, preraspodjela naprezanja u svodovima, temperatura te brojni zahvati tijekom povijesti uzrokuju



Slika 1. Pukotine na tradicijskim kamenim stupovima s ostacima prethodnih sanacija

ekscentrično opterećenje i otklon stupova od uspravne osi. Čak i pri vrlo malim otklonima dolazi do međusobnog zaokreta spojnih elemenata, odnosno do otvaranja spoja s jedne i nalijeganje spojnih (kontaktnih) ploha na drugu stranu presjeka. Budući da je površina nalijeganja, odnosno tlačna zona iznimno mala (teorijski neizmjereno mala), neizbježna je pojava velikih rubnih tlačnih naprezanja koja dovode do otvaranja karakterističnih pukotina u blizini kontakata. Opisano ponašanje je u skladu s razdiobom trajektorija naprezanja jer je očito da izrazita koncentracija tlačnih trajektorija dovodi do drobljenja materijala na rubovima (slika 2.b), a veliko krivljenje okomitih vlačnih trajektorija uzrokuje značajne rezultirajuće skretne vlačne sile koje zbog male vlačne čvrstoće kamena uzrokuju otvaranje uzdužnih pukotina (cijepanje kamena) [7].



Slika 2. Model ponašanja spoja: a) unutarnje sile i naprezanja; b) razdioba trajektorija naprezanja [8]

Raspucalo stanje je vrlo osjetljivo na promjene djelovanja poput temperature, pokretnog opterećenja, a ponajprije

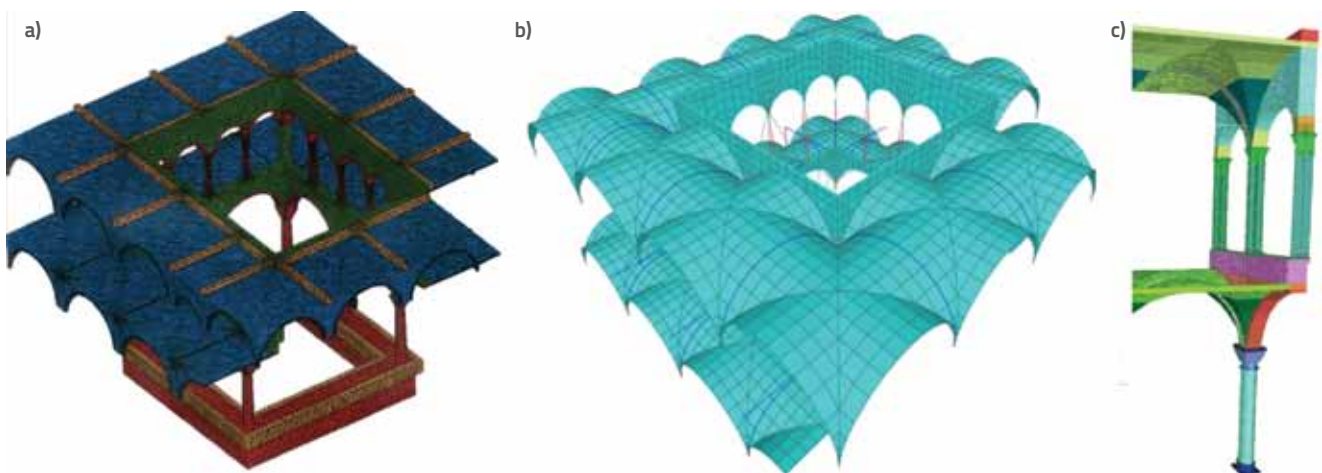
diferencijalnih slijeganja ili potresa. Posebno je opasna korozija (potaknuta pukotinskim stanjem koje omogućava prodor vlage) jer nastaje bubrenje trna i porast vlačnih sila. Ovi učinci uzrokuju konstantni rad pukotina što u konačnici rezultira njihovim progresivnim rastom [8].

Opisani problem je često ostao prikriven jer podalje od spojeva trajektorije naprezanja postaju paralelne (slika 2.b) pa se i mjerenjima dobiva niska razina naprezanja u stupovima, odnosno visoki koeficijent sigurnosti (najčešće viši od 10 [9]). Rezultati istraživanja pokazuju da je za pouzdanu procjenu raspodjele naprezanja u konstrukciji i točniju procjenu koeficijenta sigurnosti nužno poznavanje svojstava odnosno ponašanja spojeva.

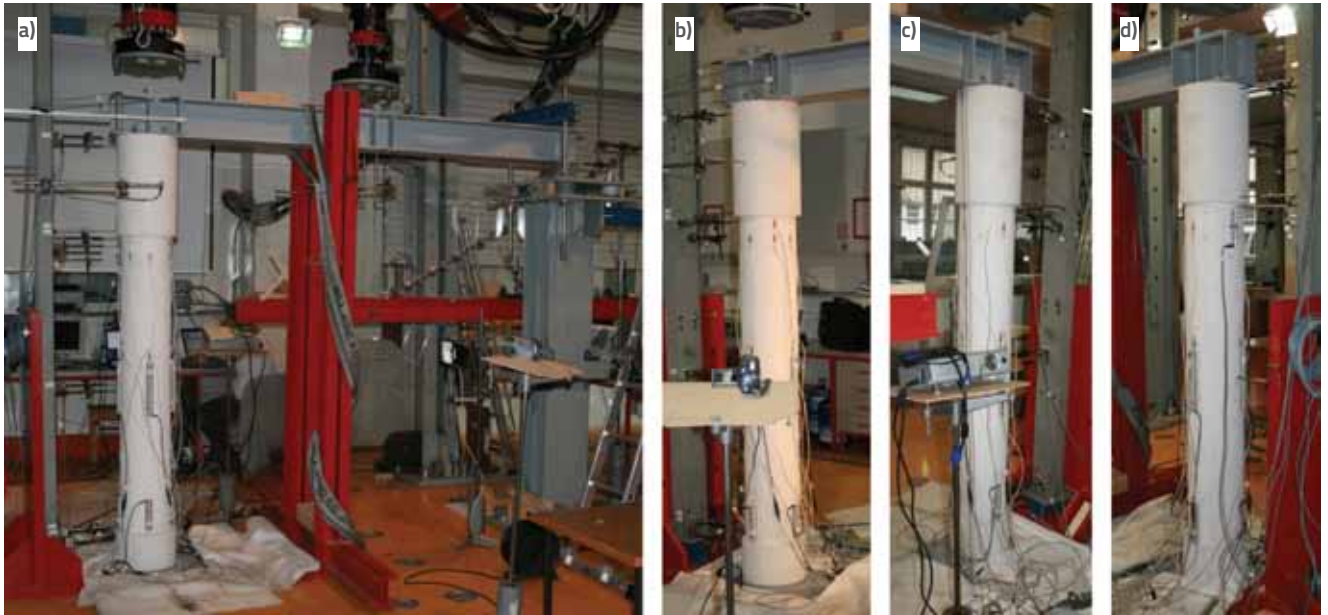
3. Numerički pristup problemu

Prilikom numeričkih analiza treba imati na umu da su povijesne građevine najčešće građene prema provjerenim pravilima odnosa među konstrukcijskim elementima (Vitruvius [10]). U najboljem slučaju su analizirane približnim grafičkim metodama ili tlačno-vlačno analogijom [9], a takvim postupcima se nije moglo obuhvatiti osjetljivo ponašanje specifičnog detalja poput spoja. Primjerice, za otvaranje pukotina dovoljni su otkloni od uspravne osi manji od centimetra [11] što je još uvijek manje od debljine olovke u nekom realnom mjerilu crteža povijesne građevine.

Sličan problem postoji i danas jer uz sva suvremena pomagala istraživači najčešće tvore (čak i vrlo složeni) globalni model konstrukcije unutar kojega je ipak teško obuhvatiti složeno ponašanje detalja. Model ponašanja spojeva, ponajprije u poslijekritičnim fazama, nije lako opisati bez rezultata eksperimenata. Poznato je da su destruktivne metode ispitivanja unutar povijesnih građevina neprihvatljive [4] pa se često susreće nekritična uporaba složenih nelinearnih analiza koje se oslanjaju na mnoštvo nepouzdanih ulaznih



Slika 3. Numerički modeli Kneževa dvora: a) volumnim elementima; b) štapnim i plošnim elementima; c) detaljni model karakterističnog dijela [16]



Slika 4. Postavka ispitivanja uzorka K2 (kameni uzorak 2)

parametara. Štoviše, problemi povijesnih građevina poput određivanja statičkog sustava, slabo poznatih svojstava ugrađenih materijala, postojanja skrivenih pukotina, nepoznatog naslijeđenog stanja naprezanja i deformacija, narušenog izvornog stanja objekta (primjerice nadogradnjama ili prenamjenama), oskudne ili nepostojeće dokumentacije i slično dovode do toga da izrada numeričkih modela i interpretacija rezultata zahtijeva golemo znanje, iskustvo, ali i određenu mjeru lucidnosti. Ipak, bez obzira na mnoge otežavajuće okolnosti, numeričke analize imaju sve važniju ulogu u razumijevanju ponašanja povijesnih konstrukcija i uz ispravnu uporabu mogu olakšati posao istraživačima.

Uostalom, numeričke analize su odigrale glavnu ulogu u otkrivanju slabosti spoja pri ekscentričnom opterećenju, a najznačajniji iskorak u dosadašnjim istraživanjima je napravljen s numeričkim modelom atrija Kneževa dvora u Dubrovniku (slika 3.a) uporabom programskih paketa FEAP 7.4 [12] i GID 6.1.2a [13]. Program je nadopunjen originalnim rutinama za isključenje konačnog elementa pri prekoračenju čvrstoće čime se dobio bolji opis ponašanja u blizini spojeva [14]. Spomenutim istraživanjem je definirana priroda problema, a ovo istraživanje se izravno oslanja na dobivene zaključke s težištem na detaljnijem pristupu spoju.

Sve analize u ovom istraživanju su napravljene primjenom programskog paketa SAP2000 [15] koji je odabran s obzirom na raspoloživost ulaznih podataka i planirane algoritme imajući na umu sva prethodno navedena ograničenja. Tijekom istraživanja napravljeno je mnogo numeričkih modela različite složenosti, a za potrebe ovog rada izdvojen je model laboratorijskog ispitivanja (slika 7.) koji će biti detaljnije opisan u nastavku. Ključno je da se prilagodbom integriranih

elemenata SAP-a dostupnim rezultatima laboratorijskih ispitivanja i brojnim testovima osjetljivosti uspješno opisalo ponašanje spojeva. Detaljno provjereni parametri su osigurali kvalitetne modele spoja koji su potom primijenjeni unutar globalnih modela poput onoga na Kneževom dvoru, temeljenom na štapnim i plošnim elementima (slika 3.b) gdje je ponašanje spoja definirano rotacijskim krutostima opruge prema savijanju [7]. Konačno, nužno je istaknuti da rezultati analiza provedenih na modelu karakterističnog dijela Kneževa dvora (slika 3.c) nedvojbeno dokazuju da modeli koji ne sadrže detaljniji pristup spojevima mogu značajno podcijeniti koeficijent sigurnosti građevine [11], što će se potvrditi i laboratorijskim ispitivanjima.

4. Postavka laboratorijskih ispitivanja

Laboratorijska ispitivanja uzoraka stupa jesu srž ovoga rada i jedini su način pouzdane potvrde svih pretpostavki i rezultata numeričkih proračuna. Uzorke za ispitivanja se pokušalo nabaviti iz kamenoloma s otoka Vrnika (uz Korčulu), upotrijebljenog za izradu stupova Kneževa dvora i mnogih dijelova starog Dubrovnika. Međutim, kamenolom je administrativno zatvoren pa je kao zamjensko rješenje odabran kamen Korunito iz susjednog kamenoloma Piske na otoku Korčuli. Budući da je problem ponašanja stupova na mjestima kontakata uočen po cijeloj Hrvatskoj (i diljem svijeta), svojstva kamena nisu presudna za razjašnjenje fenomena. Ipak, zbog inicijalnih pukotina prilikom vađenja uzoraka posebna pažnja posvećena dubini i orijentaciji slojeva uz izbjegavanje vidljivih tragova vode ili oštećenja. Završna obrada uzoraka je napravljena na tradicijski način, osim kontaktnih ploha koje su odrezane strojno da bi se osiguralo što bolje nalijeganje elemenata stupa. Mehanička svojstva

kamena su određena eksperimentalnim ispitivanjima tlačne i vlačne čvrstoće te modula elastičnosti, a naknadno su uključena i ispitivanja parametara mehanike loma [11].

Osmišljen je postupak ispitivanja (slika 4.) koji vjerno simulira ponašanje postojećih konstrukcija. Prvotno planirana postavka s lukovima ili svodovima je odbačena jer je neprimjenjiva za laboratorijsko ispitivanje niza uzoraka do sloma. Rješenje s horizontalno postavljenom čeličnom gredom (HEB200 s ojačanjima) za unos opterećenja je dobiveno nakon iscrpnih numeričkih simulacija, a osigurava dobru raspodjelu naprezanja na stupu, kontrolirani unos sile, jednostavnu montažu, gotovo realne dimenzije uzorka i sigurnost ispitivanja pri raspucavanju. Čelična greda je posebno prilagođena za unos opterećenja univerzalnom tlačno-vlačnom prešom Zwick/Roell s dva pistona. Glavni piston kapaciteta ± 600 kN postavljen je na gredu iznad stupa (centrično), a piston kapaciteta oko 250 kN postavljen je u sredini raspona čelične grede (ekscentrično). Pistoni imaju mogućnost unosa opterećenja kontrolom sile ili pomaka i mogućnost praćenja poslijekritičnog ponašanja spoja što je ključno za određivanje rezervi nosivosti spoja pri raspucavanju. Tijekom ispitivanja sila se unosila kontrolom pomaka, a upotrijebljen je prirast od 0,01 mm/s.

Dimenzije čelične grede ($l=2,4$ m) odabrane su tako da je opterećenjem u sredini raspona možemo kontrolirano savijati (deformirati) u elastičnom području. Kut zaokreta grede iznad stupa se prenosi na kapitel preko spoja s vijcima u epoksidnoj smoli čime se dobiva željeno nalijeganje kapitela na jednu stranu presjeka tijela stupa. Na drugoj strani greda je oslonjena na posebnu konstrukciju koja simulira nepomični ležaj neke povijesne građevine. Dimenzije samog uzorka stupa odabrane su prema udvojenim stupovima na katu Kneževa dvora u Dubrovniku. Kapitel (promjera $d=300$ mm, visine $h=500$ mm) položen je na stup ($d=250$ mm, $h=1500$ mm), a međusobno su povezani s čeličnim trnom ($d=16$ mm, $h=150$ mm) postavljenim u otvore ($d=19$ mm, $h=100$ mm) u središtima poprečnih presjeka. Na isti je način stup povezan s bazom ($d=300$ mm, $h=200$ mm) koja leži na čeličnom postolju s osiguranjem od mogućeg proklizavanja.

U odnosu na Knežev dvor, visina tijela uzorka jest polovina stvarne visine, što prema razdiobi trajektorija naprezanja nema utjecaj na realno ponašanje i zahtijevanu raspodjelu naprezanja. Visina kapitela je neznatno povećana kako bismo izbjegli mogući utjecaj vijaka kojima je kapitel upet u čeličnu gredu. Na analiziranim uzorcima trn nije zaliven olovom niti elementi imaju dekorativne detalje karakteristične za povijesne građevine jer ne utječu na kontaktna naprezanja. Također, analiza utjecaja raznih umetaka koji se mogu pronaći između kontaktnih ploha ostavljena je za sljedeće faze istraživanja.

Početna postavka ispitivanja je sadržavala mjerna mjesta (MM) za mjerenje pomaka i relativnih deformacija koja

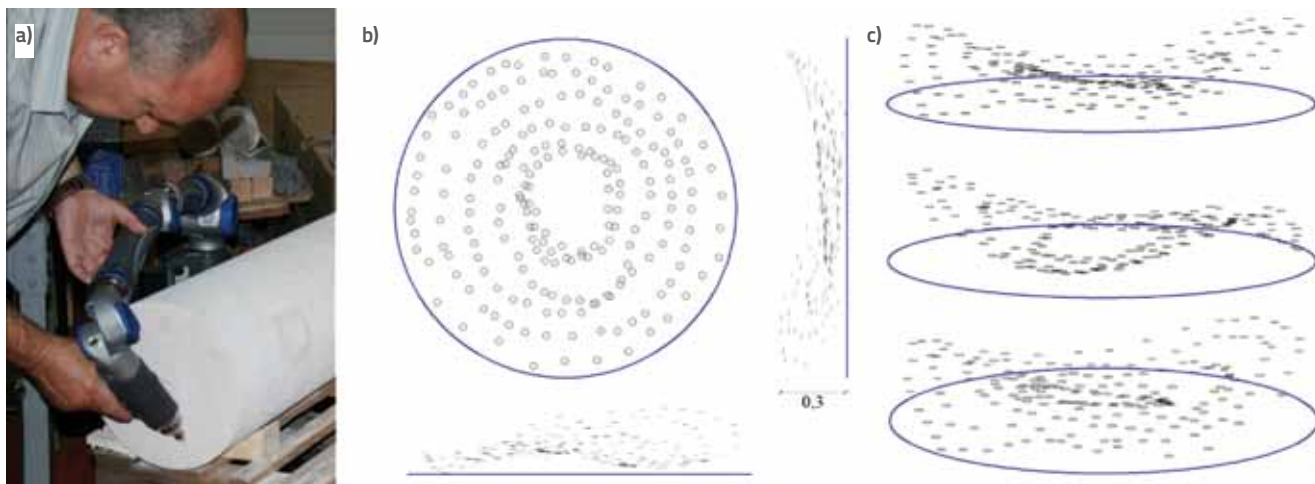
su postavljena prema rezultatima numeričkih simulacija ispitivanja. Svi pomaci su mjereni induktivnim osjetilima LVDT (*engl. Linear Variable Differential Transformers*) različite baze, ovisno o očekivanim vrijednostima pomaka (slika 4.a). Na čeličnoj gredi mjerena je deformacija u sredini raspona i kut zaokreta iznad kapitela, dok su vrijednosti sila i pomaka pistona očitavane na preši. Kut zaokreta kapitela praćen je mjerenjem horizontalnih pomaka na vrhu i dnu kapitela, a dobiveni kut je bio u skladu s kutom zaokreta čelične grede iznad stupa čime je potvrđena upetost spoja. Dodatna kontrola je omogućena postavljanjem MM pričvršćenog na tijelo stupa (slika 4.d), a mjerila se vrijednost odizanja kapitela čime se potvrdilo zahtijevano nalijeganje na suprotnu stranu poprečnog presjeka. Horizontalni pomaci su mjereni po visini tijela stupa: na vrhu, u sredini i pri dnu stupa, a posebno pri bazi radi kontrole mogućeg proklizavanja po čeličnoj podlozi. Raspodjela naprezanja u stupu je dobivena mjerenjem relativnih deformacija primjenom induktivnih osjetila (LVDT) i (ili) tenzometara, postavljenih po plaštu tijela stupa. Mjerna mjesta su raspoređena u tri skupine po visini stupa, koje će se nadalje tako i označavati: vrh stupa (VS), sredina stupa (SS) i dno stupa (DS). Raspored mjernih mjesta unutar pojedine skupine (presjeka) definiran je prema očekivanim raspodjelama naprezanja, a mijenjao se ovisno o ispitivanom uzorku. Postoje suvremeniji postupci mjerenja kojima se izravno mjere naprezanja između kontaktnih ploha, ali položaj uređaja remeti lokalno stanje naprezanja i izravno utječe na rezultate pa ih nismo koristili.

Prije ispitivanja na kamenim uzorcima napravljena su preliminarna ispitivanja na istovjetnim betonskim uzorcima koja su pomogla unaprijediti početne postavke eksperimenta i uskladiti postupak ispitivanja. Najznačajniji doprinos jest značajno progušćenje MM za mjerenje relativnih deformacija u odnosu na početnu razdiobu, a i postupna zamjena LVDT-a s tenzometrima koji su se pokazali kao bolje rješenje. Mjerenja pomaka su nadopunjena sa MM za kontrolu pomaka izvan ravnine eksperimenta i dodatnim MM u sredini raspona čelične grede s kojim se mogla izračunati i torzija grede. S obzirom na izvorni postupak ispitivanja, postavke su se sa svakim novim uzorkom usavršavale, ali uvijek je uspješno utvrđeno ponašanje stupa pri centričnom i ekscentričnom opterećenju, što će biti prikazano u nastavku na primjeru ispitivanja dvaju uzoarka.

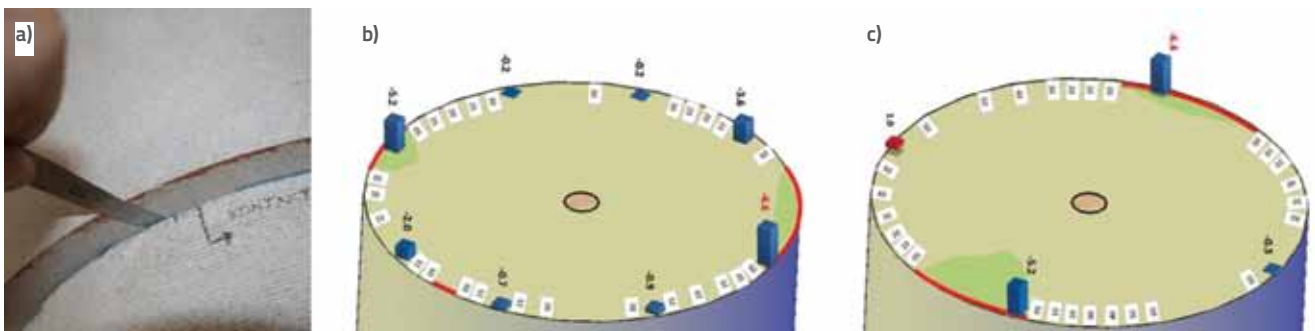
5. Rezultati laboratorijskih ispitivanja

5.1. Testna faza

Laboratorijska ispitivanja svih uzoraka započela su unosom centričnog opterećenja od 100 kN s pistonom postavljenim iznad stupa (testna faza) za koje se prema početnim pretpostavkama i rezultatima preliminarnih numeričkih proračuna očekivala jednolika raspodjela po presjeku od približno 2,0 MPa. Međutim, unatoč strogim laboratorijskim



Slika 5. Određivanje oblika kontaktnih ploha: a) postupak mjerenja FaroArm uređajem; b) mjerne točke prikazane ravninski; c) mjerne točke prikazane u prostoru [16]



Slika 6. Testna faza ispitivanja (uzorak K4): a) mjerenje odstupanja mjernim listićima; b) vrijednosti naprezanja u VS; c) vrijednosti naprezanja u DS

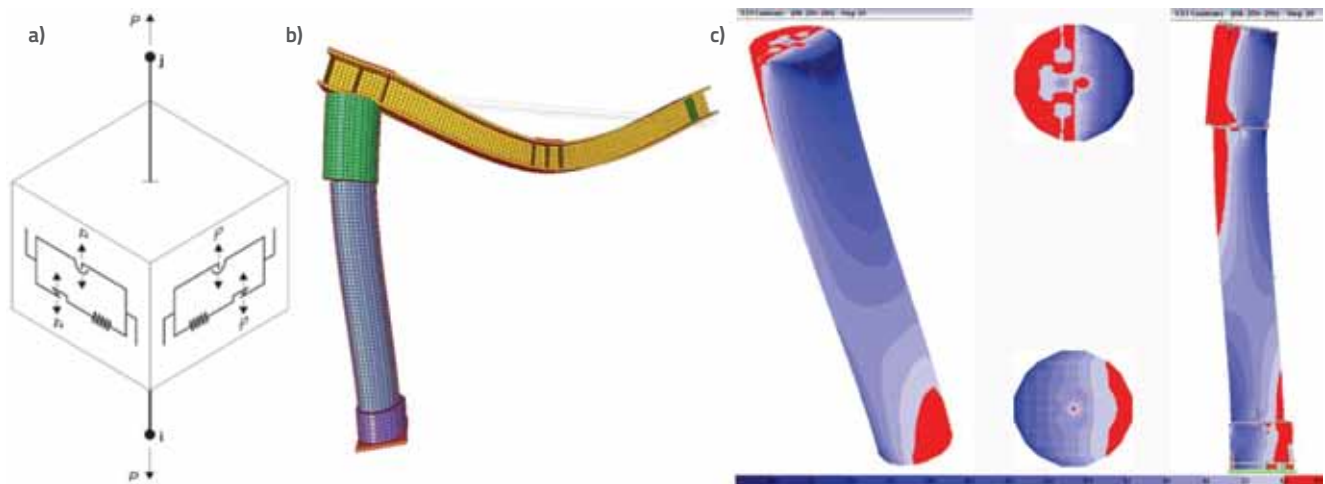
uvjetima, pažljivim vađenjem i preciznom obradom uzoraka, rezultati su pokazivali izrazito nejednoliku raspodjelu naprezanja (za sve ispitane uzorke). Stoga smo bili primorani uvesti nova mjerenja koja bi pomogla u interpretaciji rezultata, a naposljetku se određivanjem odstupanja kontaktnih ploha od ravnine primjenom Faro Arm uređaja [17] (preciznosti 2/100 mm) ustanovilo postojanje neznatnih neravnina na kontaktnim ploham (ispod 0,5 mm) dovoljnih da spriječe idealno međusobno nalijeganje, odnosno jednoliku raspodjelu naprezanja (slika 5.). Također, zbog utvrđenih neravnina naknadno je uvedeno mjerenje odstupanja između kontaktnih ploha primjenom mjernih listića (slika 6.a) koje se obavljalo neposredno prije početka ispitivanja.

Izmjerena odstupanja su omogućila dobru interpretaciju nejednolike raspodjele naprezanja dobivene ispitivanjem, što se može vidjeti na rezultatima testne faze uzorka K4 (slike 6.b i 6.c). Na slikama je crvenom bojom označen kontakt između elemenata stupa, a između su upisane vrijednosti odstupanja (1/100 mm). Odabran je trodimenzionalni shematski prikaz rezultata naprezanja dobivenih mjerenjem relativnih deformacija jer predočava i odnose naprezanja unutar kojeg su plavom bojom prikazana tlačna naprezanja, a crvenom bojom vlačna.

Utjecaj neravnina na kontaktnim plohamo možemo procijeniti ako dobivene maksimalne vrijednosti koncentracija naprezanja (oko 6,6 MPa) usporedimo s prosječnim naprezanjem koje bismo dobili uz pretpostavku jednolike raspodjele po presjeku (2,0 MPa). Štoviše, treba istaknuti da su MM postavljena 10 cm od kontaktnih ploha pa prikazane vrijednosti uključuju i raspodjelu naprezanja od područja koncentracija na kontaktnim plohamo do mjernih mjesta postavljenih 10 cm od ruba elementa (na plaštu tijela stupa). Da bismo se približili stvarnim vrijednostima naprezanja na kontaktnim plohamo (oko tri puta veća), upotrijebili smo numeričke modele. Modeli su kalibrirani prema rezultatima eksperimenata i daju raspodjelu naprezanja po cijelom uzorku, ali i dobru procjenu područja nalijeganja kontaktnih ploha poput onih na slici 6. (označeno zelenom bojom). Neravnine kontaktnih ploha su novi parametar otkriven tijekom ispitivanja o kojemu izravno ovisi utjecaj ekscentričnog opterećenja, pa ćemo u nastavku na primjeru dvaju karakterističnih uzoraka pokušati približiti njihov zajednički utjecaj na nosivost stupa.

5.2. Numerički model laboratorijskog ispitivanja

Numerički model laboratorijskog ispitivanja se počeo razvijati tijekom definiranja postavki eksperimenta, a upotrijebljen



Slika 7. a) Materijalni model elemenata veze; b) Numerički model ispitivanja - deformirano stanje pri ekscentričnom opterećenju; c) Raspodjela naprezanja po tijelu stupa, kontaktnim ploham i u vertikalnom presjeku kroz os [5]

je za kontrolu tijeka ispitivanja, interpretaciju rezultata i konačno za kalibraciju globalnih modela građevina. Kameni uzorak odnosno kapitel, stup i baza u cijelosti su modelirani volumnim elementima (slika 7.b), a trn i vijci za spoj s čeličnom gredom modelirani su štapno, s tim da je trn definiran kao tlačni element (*engl. compression only*). Radi analiza kontaktnih naprezanja, i čelična greda je modelirana volumnim elementima kao i ojačanja za prihvat opterećenja, a jedino su limovi ojačanja čelične grede definirani plošnim elementima.

Osnovni cilj modela je definiranje ponašanja samog spoja, odnosno pojava na kontaktnim ploham za što je trebalo omogućiti relativnu rotaciju između elemenata stupa, odnosno nalijeganje na jednu stranu presjeka. Opisano je ponašanje nelinearno, a definirano je prilagodbom integriranih elemenata veze (*engl. link*) između čvorova modela definiranjem samo tlačnih veza (*engl. compression only*) [15]. S obzirom na problem odstupanja između kontaktnih ploha u svojstva elemenata veze, veze su naknadno uključene i izmjerene vrijednosti odstupanja što nas je dodatno približilo realnom ponašanju spoja. Zajedno s definiranim trenjem (za poprečne smjerove) ovi su pažljivo testirani parametri ključni za definiranje modela ponašanja spojeva između elemenata stupa. Svi ostali stupnjevi slobode među čvorovima vezani su linearnim vezama. Teorijska podloga je temeljena na histereznom ponašanju (slika 7.a) kako su predložili Wen (1976) odnosno Park, Wen i Ang (1986) a nadopunili Nagarajaiah, Reinhorn i Constantinou [15].

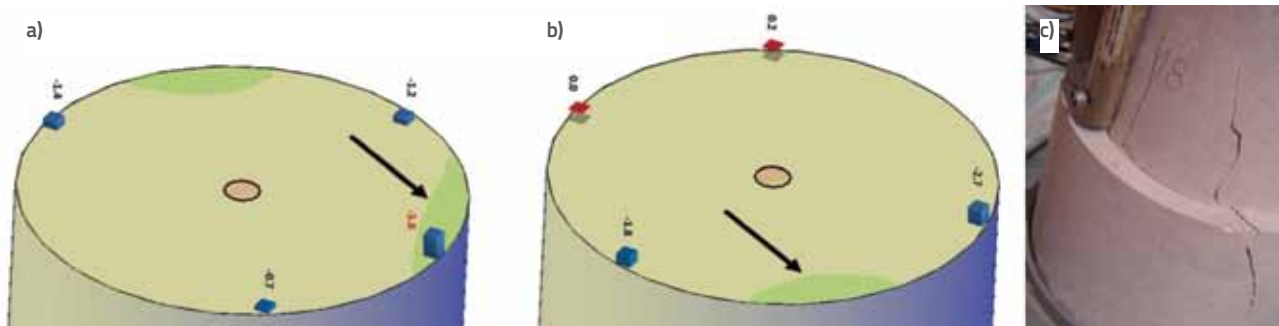
Opterećenje uneseno pistonima (centrično i ekscentrično) u modelu je definirano koncentriranim silama, a ovisno o planiranom režimu opterećivanja definirana su opterećenja po fazama. Sva opterećenja sadržavaju i P-d učinak. Jedan od osnovnih ciljeva istraživanja je analiza utjecaja ekscentričnog opterećenja, odnosno otklona stupova od uspravne osi. Ilustracije radi su izdvojeni karakteristični rezultati pri

uobičajenim vrijednostima centričnog i ekscentričnog opterećenja, s tim da za ovaj primjer nisu definirana odstupanja između kontaktnih ploha koje ipak ovise o pojedinom uzorku. Osim deformiranog stanja (slika 7.b) u kojem su vidljiva odvajanja kontaktnih ploha, prikazana je i karakteristična raspodjela naprezanja (slika 7.c) uzrokovana nalijeganjem kapitela na rub stupa. Za prikaz je odabrana uzdužna (vertikalna) komponenta naprezanja koju dobivamo i iz rezultata laboratorijskog ispitivanja. Razina tlačnih naprezanja je prikazana u nijansama plave boje, a vlačna naprezanja su prikazana crvenom bojom što je također u skladu s prikazom rezultata laboratorijskih ispitivanja. Rezultati potvrđuju pretpostavljenu koncentraciju tlačnih trajektorija na rubu presjeka (tamna nijansa plave boje) i veliko krivljenje odgovarajućih vlačnih trajektorija koje uzrokuju otvaranje pukotina (cijepanje).

Može se uočiti već spomenuta raspodjela naprezanja od područja koncentracija na kontaktnim ploham do mjernih mjesta, što potvrđuje da se iz rezultata mjerenja relativnih deformacija ne mogu dobiti točne vrijednosti koncentracija naprezanja ali se uporabom dobro kalibriranih numeričkih modela može dobiti pouzdana ekstrapolacija. Konačno, rezultati numeričkih modela s volumnim elementima i elementima veze za opis ponašanja spojeva nedvojbeno potvrđuju nužnost detaljnih modela za realni opis ponašanja spojeva.

5.3. Utjecaj neravnina kontaktnih ploha na nosivost stupa

Utjecaj neravnina kontaktnih ploha na nosivost tradicijskog stupa opisać će se na primjeru ispitivanja uzorka K1. Uzorak je podvrgnut eksperimentu s početnim postavkama ispitivanja koje uključuju mjerenje relativnih deformacija primjenom samo četiri LVDT-a po presjeku, ali i takva mjerenja mogu biti dovoljna ako



Slika 8. Testna faza ispitivanja (uzorak K1): a) vrijednosti naprezanja u VS; b) vrijednosti naprezanja u DS; c) pojava prve vidljive pukotine

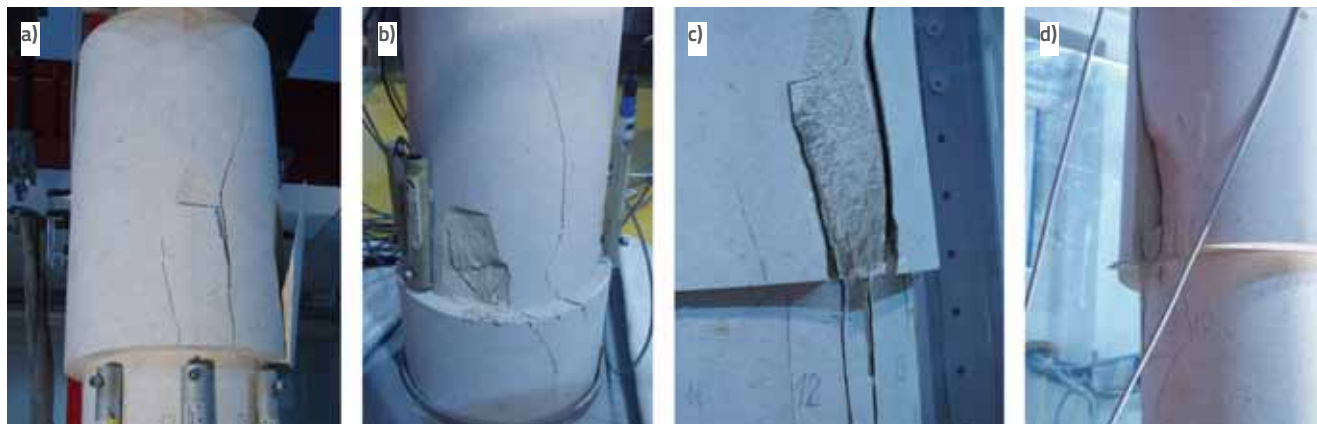
ih kombiniramo s numeričkim modelima. Ova je činjenica bitna za mjerenja na realnim konstrukcijama jer omogućuje dobru procjenu kritičnih mjesta i bez skupih ispitivanja. Primjerice, već prema rezultatima testne faze mogu se predvidjeti kritične točke, odnosno točke nalijeganja kontaktnih ploha (označeno zelenim) za VS (slika 8.a) i DS (slika 8.b).

Navedene su pretpostavke potvrđene nakon prirasta centrične sile do vrijednosti 297,6 kN kada se pojavila pukotina (slika 8.c) u blizini označenog mjesta nalijeganja u DS (slika 8.b). Analizom rezultata svih MM neposredno prije i poslije otvaranja pukotine utvrđena je preraspodjela naprezanja, odnosno uzorak je uspostavio novo ravnotežno stanje. To je potvrđeno nastavkom ispitivanja gdje se, ovisno o novo ostvarenom kontaktu, može pratiti rasterećenje ili prirast naprezanja za pojedina MM. Daljnjim povećanjem centrične sile do 450 kN postaje vidljiva pukotina u VS koja također odgovara početnim koncentracijama naprezanja iz testne faze (slika 8.a). Kao i kod otvaranja prve pukotine, na gotovo svim MM su očitane trenutačne promjene naprezanja, odnosno dogodila se nova preraspodjela.

Pri vrijednosti centrične sile od 500 kN, spoj tijela stupa i kapitela (VS) već je prožet pukotinama (slika 9.a), a otvorena pukotina pri bazi se proširila visoko u tijelo stupa (slika 9.b). Centrična sila od 500 kN predstavlja samo 11% idealne nosivosti (nosivost idealnog presjeka na centrični tlak uz pretpostavku

jednolike razdiobe naprezanja) što odgovara pretpostavljenoj iskoristivosti tradicijskih kamenih stupova koja je oko 10% prema literaturi [9]. Stup u ovoj fazi zadržava nosivost, ali smatramo da bi određeni ciklusi promjene opterećenja, koje ima neka povijesna građevina, uzrokovali propagaciju pukotina, opasno otpadanje dijelova stupa i konačno potpuni slom. Tako raspucali stup u realnoj konstrukciji trebalo bi hitno sanirati ili zamijeniti. Povoljno je što se i nakon otvaranja pukotina uvijek našla dovoljna površina nalijeganja unutar presjeka za preraspodjelu naprezanja i održavanje nosivosti.

U skladu s prvotno postavljenim ciljem istraživanja u sljedećoj fazi je uzorak opterećen ekscentrično pistonom postavljenim na sredini čelične grede čime je prouzročeno nalijeganje kapitela na rub stupa. Kao što se pretpostavljalo, i neznatno ekscentrično opterećenje od 21,4 kN uzrokom je značajnog cijepanja kapitela, (slika 9.c i 9.d) ali uzorak je i dalje, preraspodjelom naprezanja, zadržao nosivost. Ispitivanje je nastavljeno i uz kontinuirani prodorni zvuk propagacije pukotina dolazi do potpunog raspucavanja i sloma uzorka pri vrijednosti ekscentrične sile od 140 kN (slika 10.). Prilikom demontaže slomljenog uzorka jasno je vidljiv tijek širenja prve vidljive pukotine pri bazi, ali i niz novih pukotina otvorenih u neposrednoj blizini zbog preraspodjele naprezanja (slika 11.). Slično se može uočiti na spoju tijela stupa i kapitela, samo što je raspucavanje značajnije jer je utjecaj ekscentričnog opterećenja izraženiji.



Slika 9. Raspucalo stanje uzorka K1: a) i b) VS i DS pri centričnoj sili od 500 kN; c) i d) VS pri centričnoj sili od 500 kN i ekscentričnoj sili od 21,4 kN



Slika 10. Raspucavanje uzorka K1 (VS) u posljednjoj fazi ispitivanja



Slika 11. Uzorak K1 nakon sloma [18]

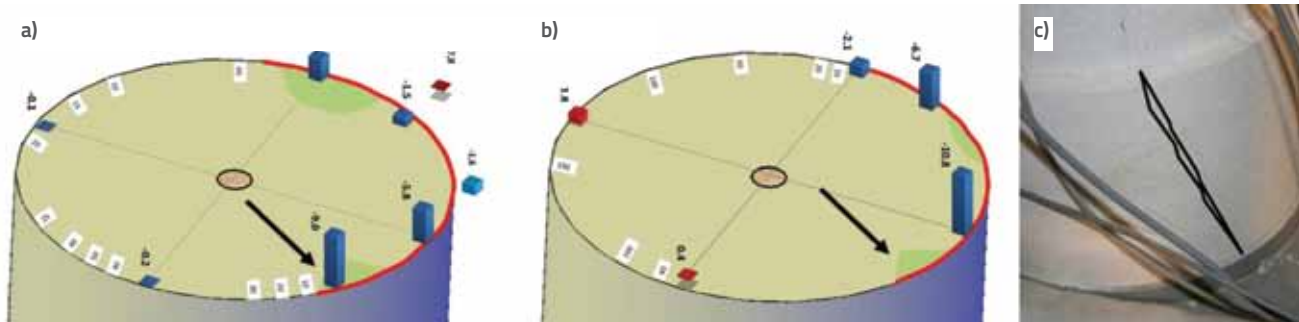
Ovime je ukratko prikazano karakteristično ponašanje prvog ispitivanog uzorka K1 s naglaskom na utjecaj neravnina kontaktnih ploha na nosivost tradicijskog kamenog stupa. Očito je da se početna odstupanja prilikom nalijeganja elemenata ne mogu svladati drugačije nego deformiranjem neravnina u području kontakta što u konačnici nužno dovodi do otvaranja pukotina. Preraspodjelama naprezanja stup zadržava nosivost do potpunog iscrpljenja presjeka, ali pukotinsko stanje postaje opasno znatno prije zbog mogućeg otpadanja dijelova stupa.

5.4. Utjecaj ekscentričnog opterećenja na nosivost stupa

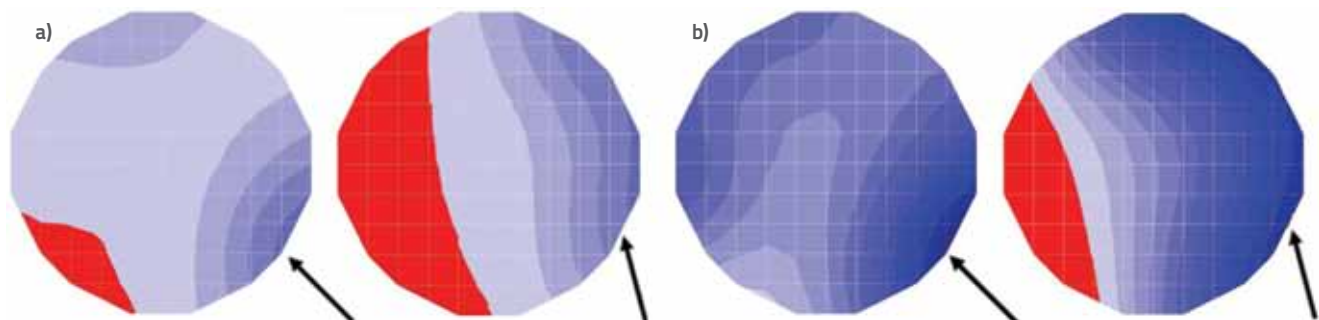
Utjecaj ekscentričnog opterećenja na nosivost stupa opisat će se na primjeru ispitivanja uzorka K3. Za razliku od prethodno opisanog ispitivanja, primijenjen je režim

opterećivanja s težištem na ekscentričnom opterećenju. Prije ispitivanja precizno su određena odstupanja pri nalijeganju elemenata stupa, a prema utvrđenim mjestima nalijeganja raspoređena su MM za mjerenje relativnih deformacija. U odnosu na prethodno opisani uzorak broj MM se povećao, a umjesto LVDT-a većinom su upotrijebljeni tenzometri koji daju pouzdanije podatke. Karakteristično je za taj uzorak da su uvedena dodatna MM bliže kontaktnim ploham (na 4cm - slika 14.c) koja su omogućila pouzdaniju kalibraciju numeričkih modela.

Detaljna priprema ispitivanja omogućila je dobru interpretaciju raspodjele naprezanja u uzorku i precizno određivanje kritičnih mjesta već za testnu fazu, odnosno centrično opterećenje od 100 kN (slika 12.a i 12.b). Za interpretaciju rezultata ključna je dobra kalibracija numeričkih modela (posebice vrijednostima odstupanja između kontaktnih ploha) jer označene najveće



Slika 12. a) i b) Raspodjela naprezanja u testnoj fazi ispitivanja za VS i DS (uzorak K3); c) Prva vidljiva pukotina u bazi stupa



Slika 13. Raspodjela normalnih naprezanja u razini MM: a) centrično opterećenje od 100 kN (testno) - VS i DS; b) centrično opterećenje od 500 kN - VS i DS [5]

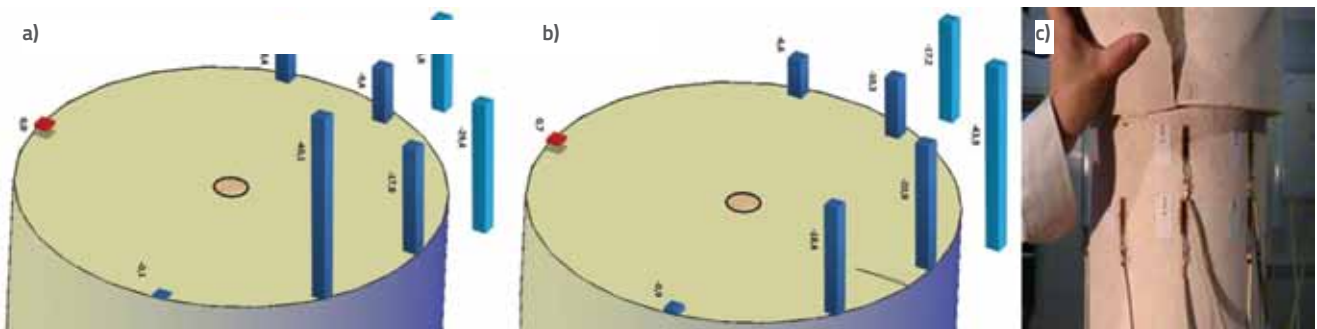
vrijednosti naprezanja od 9,0 MPa za VS odnosno čak 10,7 MPa za DS su dobivene u MM postavljenim 10 cm od kontaktne plohe. Štoviše, i položaj MM ne mora odgovarati položaju najveće koncentracije naprezanja. Primjerice, položaj koncentracije naprezanja za DS (slika 12.b - označeno zelenim) ne nalazi se neposredno ispod MM. Očito je da se raspodjele naprezanja dobivene numeričkim modelima (slika 13.a) i laboratorijskim ispitivanjima (slika 12.a i 12.b) poklapaju, ali je važnost numeričkih proračuna u tome što daju raspodjelu naprezanja u cijelom uzorku, a posebice je bitna ekstrapolacija naprezanja na kontaktne plohe. Tako je za kritično mjesto u DS prema numeričkim proračunima vrijednost koncentracije naprezanja na kontaktnoj plohi znatno veća od 10,8 MPa, što se i potvrdilo u nastavku ispitivanja. Tek neznatnim povećanjem centrične sile na 137 kN dolazi do otvaranja prve vidljive pukotine (slika 12.c) u blizini označene koncentracije naprezanja (slika 12.b).

Na rezultatima gotovo svih MM može se očitati otvaranje pukotine kao i trenutačna preraspodjela naprezanja na kontaktnim ploham, odnosno novo nalijeganje između tijela stupa i baze. Prema raspodjelama naprezanja neposredno prije i poslije otvaranja pukotine te prirastima naprezanja u nastavku ispitivanja može se zaključiti da je tijelo stupa nalegnulo na bazu s obje strane pukotine. Ispitivanje je nastavljeno do vrijednosti centrične sile od 200 kN što je u skladu s vrijednostima sila dobivenim u udvojenim stupovima (slika 1.a) Kneževa dvora u Dubrovniku [7]. Ako analiziramo stanje uzorka za silu koja predstavlja samo

4,5% idealne nosivosti, može se uočiti propagacija otvorene pukotine pri bazi, a u VS na označenom mjestu (slika 12.a) vrijednost naprezanja raste na 34,9 MPa. Prema prirastu naprezanja i rezultatima numeričkih proračuna već postoji prekoračenje čvrstoće u VS, samo što pukotina nije vidljiva. Ispitivanje je nastavljeno s unosom ekscentričnog opterećenja i pri vrijednosti centrične sile od 184,5 kN i ekscentrične sile od 66,8 kN ipak je uočena nova pukotina (slika 14.c). Pukotina se pojavila u VS u blizini označenog položaja koncentracije naprezanja istaknute već u testnoj fazi (slika 12.a), ali i numeričkim modelima (slika 13.a). Budući da se položaj početne koncentracije naprezanja nalazio na strani presjeka na koji je kapitel nalegnuo, dodatni prirast naprezanja od nalijeganja kapitela je bio prevelik i pojava nove pukotine neizbježna. Ovisno o početnim izvorima koncentracija naprezanja, ekscentrično ga opterećenje može dodatno povećati ili smanjiti, ali ispitivanja i na ostalim uzorcima su pokazala da je otvaranje pukotina neizbježno.

Bitno je istaknuti da je ekscentrično opterećenje uzrokovalo promjenu kuta zaokreta kapitela u odnosu na tijelo stupa za neznatnih 0,033°! Slične vrijednosti su dobivene i za ostale uzorke, a sve se dobro poklapa s postojećim istraživanjima [7]. Nakon otvaranja pukotine opisani proces se ponavlja, odnosno nastaje nova preraspodjela naprezanja oko pukotine i novo ravnotežno stanje (slika 14.a i 14.b).

Nastavak ispitivanja i dodatno povećanje opterećenja prouzročilo je izrazite priraste naprezanja u blizini područja



Slika 14. a) i b) Raspodjela napreznja prije i poslije otvaranja pukotine u VS (uzorak K3); c) pukotina u kapitelu (VS) [5]



Slika 15. Raspucavanje uzroka K3 do sloma (VS) [5]



Slika 16. Uzorak K3 nakon sloma [5]

oslanjanja što upućuje na propagaciju postojećih pukotina ali i otvaranje novih. Nažalost nije moguće opisati sve faze ispitivanja i rezultate na svim mjernim mjestima pa je izdvojeno karakteristično ponašanje uzoraka: stvaranje koncentracija napreznja, otvaranja pukotina i preraspodjela napreznja do iscrpljenja nosivosti presjeka. Slom uzorka K3 je nastupio tek nakon sloma većeg dijela presjeka jer

preraspodjela napreznja više nije bila moguća (slika 15.). Fotografije slomljenog uzorka (slika 16.) potvrđuju opisani tijekom ispitivanja jer se vidi cijepanje stupa na dva mjesta. Prva ploha sloma je blizu prve pukotine u VS (označena s a), a druga je (označena s b) u dijelu presjeka koji je preuzeo opterećenje nakon preraspodjele napreznja (slika 14.b). Također, tijekom demontaže uzorka vidljiva je propagacija prve otvorene

pukotine pri bazi. Rezultati ispitivanja uzorka K3 potvrdili su neke osnovne pretpostavke ovog istraživanja poput znatnih oštećenja stupa i pri niskoj razini centričnog opterećenja i izrazitu osjetljivost na ekscentrično opterećenje, tj. relativni zaokret između elemenata stupa.

Mjerenja odstupanja pri nalijeganju elemenata uzorka omogućila su razvoj detaljnog numeričkog modela kojim se može dobro modelirati stanje prije otvaranja pukotine, odnosno dobro procijeniti područja koncentracija naprezanja. Numeričkim testovima osjetljivosti je dokazano da je svladavanje odstupanja ovisno o površini i položaju ostvarenog kontakta, ali i da male neravnine mogu imati značajan utjecaj na koncentraciju naprezanja [11]. Sve je potvrđeno numeričkim simulacijama svih ispitanih uzoraka u kojima se neovisno o provedenom laboratorijskom ispitivanju testirala uzorke na centrično opterećenje od 500 kN. Primjer rezultata takve simulacije za uzorak K3 se može vidjeti na slici 13.b. Pojava prve pukotine je nastajala pri vrijednostima centrične sile od 135 do 450 kN, što predstavlja tek 3 do 10% idealne nosivosti. Međutim, otvaranjem prve pukotine uzorak ne gubi nosivost nego preraspodjelom naprezanja nastoji prenijeti opterećenje. Razvoj modela koji bi uključivao složenu proceduru raspucavanja (prisutnu i unutar presjeka) planiran je u budućim fazama istraživanja koje uključuju i složeniji postupak mjerenja.

5. Zaključak

Prema rezultatima ovog istraživanja možemo zaključiti da problemi s tradicijskim kamenim stupovima počinju već s otpuštanjem zaglavnog kamena. Uzroci "trajne pojave koja oštećuje stupove" spominjane u starim izvještajima su dvojaki. Prvo, postoje neizbježne neravnine po plohama spoja (ponajprije zbog načina završne obrade) koje onemogućuju ostvarivanje pretpostavljenog kontakta po cijeloj plohi i, drugo, tlačna linija je gotovo uvijek ekscentrična što uzrokuje međusobni zaokret elemenata stupa i stvaranje izrazitih koncentracija naprezanja. Ako pridodamo da unutar

specifičnog materijala poput kamena postoji mogućnost inicijalnih pukotina zbog procesa nastajanja, izrade i obrade kamena te brojni događaji tijekom povijesti, uopće ne iznenađuje raspucalo stanje brojnih stupova. Pukotine jesu uobičajene za povijesne konstrukcije, ali prikazana karakteristična pojava stvaranja koncentracija naprezanja, otvaranja pukotina i preraspodjele naprezanja koje uključuju nove koncentracije upozorava na oprez jer je preraspodjela moguća samo unutar poprečnog presjeka elemenata.

Danas smo brojnim zakonima i propisima previše usmjereni na očuvanje neprocjenjive vrijednosti povijesnih građevina, a manje na razumijevanje prisutnih problema. Ovo istraživanje je jasno naznačilo da radi čuvanja izvornosti nekada pažljivo čuvamo i neke strukturne nedostatke (npr. tradicijskih spojeva) koji sustavno uništavaju nosive elemente konstrukcije. Na primjeru Kneževa dvora u Dubrovniku se dovoljno čestim sanacijama spriječilo potpuno raspucavanje stupova i time se na neko vrijeme osigurala nosivost građevine. Nažalost, problem se nije uklonio pa sanirani stupovi opet prolaze isti proces raspucavanja. Srećom, dobrim oblikovanjem povijesnih građevina (provjerenim pravilima odnosa) omogućene su opisane preraspodjele naprezanja koje osiguravaju nosivost i u raspucalom stanju čime je graditeljima tijekom povijesti dano dovoljno vremena za pravodobnu sanaciju prije rušenja.

Prikazanim numeričkim i eksperimentalnim istraživanjem pokušali smo definirati karakteristično ponašanje spojeva pri centričnom i ekscentričnom opterećenju i time osigurati provjerene parametre za buduće analize povijesnih građevina. Jasno je da svaki tradicijski stup ima svoju povijest, ali prilikom analiza važno je imati na umu da zanemarivanjem stvarnog ponašanja tradicijskih spojeva možemo značajno podcijeniti faktor sigurnosti, a time ugroziti lokalnu ali i globalnu stabilnost građevine [19]. Konačno, životni vijek neke povijesne građevine ovisi o brojnim bitnim detaljima koji nažalost uglavnom ostaju zanemareni.

LITERATURA

- [1] Steinman, V.: *Istražni radovi na Kneževu dvoru u Dubrovniku s načelnim prijedlozima sanacije, knjiga II*, Institut građevinarstva Hrvatske, Zagreb, 1974.
- [2] Lokošek, E. & Kleiner, I.: Zamjena kamenih stupova u prizemlju dvorca Veliki Tabor. *Građevinar*, 56 (2004) 5, pp. 267-276.
- [3] Meli, R. & Sanchez-Ramirez, A. R.: Structural aspects of the rehabilitation of the Mexico City Cathedral, *International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques*, Barcelona, pp. 123-140, 1997.
- [4] Roca, P. & Gonzales, J. L.: A summary of the opinions put forward during the discussions, *International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions. Possibilities of numerical and experimental techniques*, Barcelona, pp. 394-407, 1997.
- [5] Lazarević, D., Ataić, J., Uroš, M., Šavor, M. & Gidak, P.: Utjecaj kontaktnih naprezanja na nosivost stupova tradicijskih građevina, *Sabor hrvatskih graditelja 2012*, Cavtat, pp. 217-228, 2012.
- [6] Crnković, B. & Šarić, Lj.: *Građenje prirodnim kamenom*, IGH, Zagreb, 2003.

- [7] Lazarević, D., Dvornik, J. & Fresl, K.: Analiza oštećenja atrija Kneževa dvora u Dubrovniku, *Građevinar* 56 (2004) 10, pp. 601-612.
- [8] Lazarević, D., Atalić, J. & Fresl, K.: Reconstruction of Rector's Palace atrium in Dubrovnik: a key role of column connections. *Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture XI*, eds. Brebbia, WIT Press, Southampton, pp. 289-303, 2009.
- [9] Heyman, J.: *The Stone Skeleton*, Cambridge Univ. Press 1995.
- [10] Vitruvius, P.M.: *De Architectura libri decem*, IGH, Zagreb, 1997.
- [11] Atalić, J.: Utjecaj kontaktnih naprezanja na nosivost tradicijskih kamenih stupova, doktorski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2011.
- [12] Taylor, R.L.: FEAP – A Finite Element Analysis Program, Version 7.3, Programmer Manual, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley, 2001.
- [13] GiD, The universal, adaptive and user friendly pre and post processing system for computer analysis in science and engineering, Version 6, Reference Manual, CIMNE, Barcelona, 2000.
- [14] Lazarević, D., Dvornik, J.; Fresl, K. & Rak, M.: Numerical analysis of damages of the rector's palace atrium in Dubrovnik, *Heritage Protection – Construction Aspects*, Dubrovnik, pp. 109-116, 2006
- [15] SAP2000, Integrated Software for Structural Analysis and Design, Analysis reference manual, CSI: Berkeley, 2002.
- [16] Atalić, J., Lazarević, D. & Šavor, M.: Traditional column connections with iron dowels - experimental and numerical analysis, *Proceedings of the International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, SAHC2012, Wroclaw*, pp. 619-627, 2012.
- [17] FaroArm - Overview, www.faro.com, 1.6.2012.
- [18] Lazarević, D., Atalić, J., Krolo, J., Uroš, M. & Šavor, M.: Experimental and Numerical Analysis of Traditional Column Connections with the Possible Retrofit Concept, *Advanced Materials Research*, Vols. 133-134: pp. 479-484, 2010.
- [19] Atalić, J., Lazarević, D. & Fresl, K.: Influence of Rotational Stiffness between Column Elements on Global Stability of Historical Constructions. *Proc. of the 8th European Conference on Research for Protection, Conservation and Enhancement of Cultural Heritage*, Ljubljana, pp. 60-62, 2008.
- [20] Gubane, A. & Giuriana, E.: Structural restoration of vaults with extrados ties. *International Seminar Structural Analysis of Historical Constructions IV. Possibilities of numerical and experimental techniques*, Padova, pp. 745-752, 2004.
- [21] Theodossopoulos, D.: Structural design of high gothic vaulting systems in England. *International Journal of Architectural Heritage* 2(1): pp. 1-24, 2008.